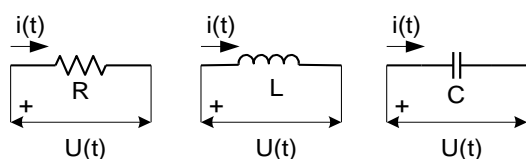


## Elektrotehnika (II kolokvijum)

### Teorijska pitanja:

**P1.** Iskazati generalisani Amperov zakon [1]. Iskazati Faradejev zakon elektromagnetne indukcije [1]. Definirati Lorencovu silu [1].

**P2.** Kroz idealne komponente: otpornik  $R$ , kalem  $L$  i kondenzator  $C$ , protiče ista struja,  $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/4)$ , kao na slici. Odrediti fazore napona i struje na svakoj komponenti ponaosob i prikazati ih na fazorskom dijagramu [5].



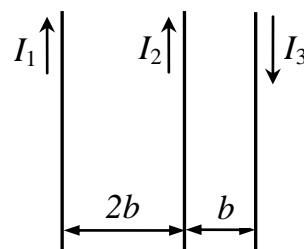
**P3.** Navesti podjelu [1] i osnovne osobine materijala [1] u magnetskom polju. Skicirati histerezisnu petlju i označiti karakteristične tačke [1] i objasniti kada se ona javlja [1].

**P4.** Šta je i kada nastupa fazna rezonancija [2]? Redna veza otpornika i kondenzatora priključena je na idealni naponski izvor. Kako se menja struja izvora kada frekvencija elektromotorne sile izvora opada [2]? Obrazložiti odgovor.

**P5.** Nacrtati trougao impedanse [1] i trougao snage [1] i obavezno definisati sve korišćene oznake [1]. Kako se definiše faktor snage prijemnika [1] ?

### Zadaci:

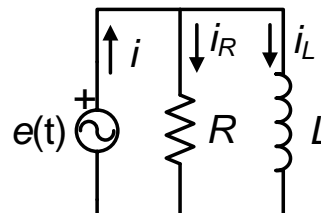
**Z1.** Tri tanka, paralelna, vrlo dugačka provodnika nalaze se u vazduhu u položaju kao na slici. Kroz provodnike protiču vremenski konstantne struje označene na slici. Odrediti vektor podužne sile [6] koja deluje na drugi provodnik, ako je  $I_1 = I_2 = 2\text{A}$ ,  $I_3 = 1\text{A}$ ,  $b = 1\text{cm}$  i  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{H/m}$ .



**Z2.** Redna veza otpornika  $R = 1[\text{K}\Omega]$  i idealnog kalema  $L = 1[\text{mH}]$  zatvaranjem prekidača u trenutku  $t = 0$  priključuje se na idealnu bateriju ems  $E = 1[\text{V}]$ . Odrediti struju  $i(t)$  [4] i napon  $u(t)$  [2] kalema tokom prelaznog procesa. Kolika je magnetna energija kalema u ustaljenom stanju [2] i posle koliko vremena se prelazni proces može smatrati završenim [1]?

**Z3.** U  $RL$  mreži na slici uspostavljen je ustaljeni prostoperiodični režim. Ako je  $R = 10[\Omega]$  i  $e(t) = 10\sqrt{2}\sin(40t)[\text{V}]$  odrediti:

- induktivnost  $L$  tako da efektivne vrednosti struje kalema i struje otpornika budu jednake [3]
- trenutne vrednosti struja  $i_L(t)$ ,  $i_R(t)$  i  $i(t)$  [3].
- aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu ove mreže [3].



**Z4.** Aktivna snaga neke impedanse je  $3[\text{W}]$ , a reaktivna  $-4[\text{Var}]$ . Efektivna vrednost napona na krajevima ove impedanse je  $5[\text{V}]$ . Kolika je jačina struje kroz ovu impedansu [3]? Koliki je faktor snage ove impedanse [2]? Da li je ona pretežno induktivna ili kapacitivna i zašto [1]?

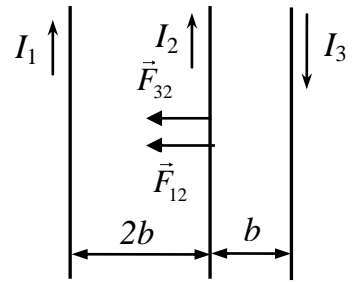
**P4.** Jačina struje izvora opada zbog povećanja impedanse kondenzatora  $Z_C = 1/(j2\pi f C)$ .

**Z1.**  $\vec{F}'_{12} = \frac{I_2 \vec{l}_2 \otimes \vec{B}_1}{l_2}$ ,  $\vec{F}'_{32} = \frac{I_2 \vec{l}_2 \otimes \vec{B}_3}{l_2}$ , intenziteti podužnih sila su

$F'_{12} = I_2 B_1$ ,  $F'_{32} = I_2 B_3$ , sa pravcem i smerom kao na slici. Rezultatna podužna sila je

$$F'_2 = F'_{32} + F'_{12} = I_2 (B_3 + B_1) = I_2 \left( \mu_0 \frac{I_3}{2\pi \cdot b} + \mu_0 \frac{I_1}{2\pi \cdot 2b} \right)$$

$$F'_2 = \mu_0 \frac{I_2}{2\pi b} \left( I_3 + \frac{I_1}{2} \right) = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2}{2\pi \cdot 10^{-2}} \left( 1 + \frac{2}{2} \right) = 8 \cdot 10^{-5} \text{ N/m} = 80 \mu\text{N/m}$$



**Z2.**  $E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{E}{L}$ ,  $i(0)=0$ .

$$i(t) = i_p(t) + i_h(t). \quad i_p(t) = \frac{E}{R}, \quad i_h(t) = K \cdot e^{s \cdot t}.$$

$$s + \frac{R}{L} = 0 \Rightarrow s = -\frac{R}{L}, \quad \tau = \frac{1}{|s|} = \frac{L}{R} = 1[\mu\text{s}], \text{ pa je } i_h(t) = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Konačno  $i(t) = i_p(t) + i_h(t) = \frac{E}{R} + K e^{-\frac{R}{L}t}$ , a konstanta  $K = -\frac{E}{R}$ .

Struja kalemata za  $t \geq 0$  je  $i(t) = \frac{E}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = 1(1 - e^{-10^6 t})[\text{mA}]$  a napon

$$u(t) = L \frac{d}{dt} i(t) = L \frac{E}{R} (-1) \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot (e^{-\frac{R}{L}t}) = E e^{-\frac{R}{L}t} = 1 e^{-10^6 t} [\text{V}].$$

$$W_m(\infty) = Li^2(\infty) / 2 = \frac{L E^2}{2 R^2} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2} \frac{1^2}{(1 \cdot 10^3)^2} = 0.5[\text{nJ}], \quad 5\tau = 5\mu\text{s}$$

**Z3.** Naponi na kalemu i otporniku jednaki su elektromotornoj sili izvora  $e(t)$ . Ako su efektivne vrednosti struja jednake važi  $|\bar{I}_L| = |\bar{I}_R|$ , tj.  $|\bar{E} / j\omega L| = |\bar{E} / R|$ , sledi  $E / \omega L = E / R$ , pa se dobija  $\omega L = R \Rightarrow L = R / \omega = 10 / 40 = 1 / 4 = 0.25[\text{H}]$ .

$$\bar{I}_L = \bar{E} / j\omega L = 10 / (j40 \cdot 0.25) = 1 / j = -j = e^{-j\frac{\pi}{2}} = 1 \angle -\frac{\pi}{2} [\text{A}], \quad \underline{i_L(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(40t - \pi / 2) [\text{A}]}.$$

Analogno  $\bar{I}_R = \bar{E} / R = 10 / 10 = 1[\text{A}]$ ,  $\underline{i_R(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(40t) [\text{A}]}$ . Fazor struje izvora je  $\bar{I} = \bar{I}_L + \bar{I}_R$ ,

$$\bar{I} = -j + 1 = [\sqrt{1^2 + 1^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-1}{1}}] = \sqrt{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4} \text{ A}, \quad \underline{i(t) = 2 \cdot \sin(40t - \pi / 4) [\text{A}]}.$$

Kompleksna snaga izvora je  $\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 10 \cdot [1 - j]^* = 10(1 + j) = 10 + j10 = P + jQ$ . Kako je  $\bar{S} = P + jQ$ , to je

$$P = 10[\text{W}], \quad Q = +10[\text{VAr}] \text{ i } S = 10\sqrt{2}[\text{VA}].$$

**Z4. a)**  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5[\text{VA}]$ .  $S = U \cdot I$ , pa je  $I = S / U = 5 / 5 = 1\text{A}$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S} = \frac{3}{5}, \text{ pretežno kapacitivna jer je } Q < 0.$$

